I circuiti RC
dal libro al laboratorio

Alessia Pivotto, Mihaela Mereuta, Giorgia Silvestri, Filippo Zago

Cos'è e come funziona un circuito elettrico? Quanto può essere attendibile la formula di una legge fisica in relazione ai risultati sperimentali? Da nozioni basilari sulla corrente elettrica a illustrare e dimostrare le leggi Kirchhoff e il funzionamento di carica e scarica di un condensatore. Il tutto verrà applicato su dei veri circuiti elettrici di cui descriveremo gli esperimenti svolti, analizzeremo e spiegheremo gli errori e le discrepanze tra teoria e pratica.

I circuiti RC dal libro al laboratorio

INDICE DEI CONTENUTI

INTRODUZIONE 5

1. NOZIONI BASILARI 6
1.1 CORRENTE ELETTRICA 6
1.2 CIRCUITO 8
1.3 LEGGI DI KIRCHHOFF 8
1.4 EFFETTO JOULE 10

2. IL CIRCUITO E I SUOI COMPONENTI 12
2.1 CONDENSATORE 13
2.2 RESISTORE 14
2.3 BATTERIA 14
2.4 PROCESSI DI CARICA E SCARICA DEL CONDENSATORE 15
2.5 COLLEGAMENTI 18

3. STRUMENTI UTILIZZATI 20

4. FUNZIONAMENTO DI UN CIRCUITO IN LABORATORIO 21

5. PRESA E ELABORAZIONE DATI 22

6. RELAZIONE TRA VALORI TEORICI E SPERIMENTALI 23
6.1 DISCREPANZA DOVUTA ALL'EFFETTO JOULE 25

7. TEST SULL'AFFIDABILITÀ DEI DATI 27
7.1 TEST DEL χ^2 27
7.2 TEST DEL FUSO 28

CONCLUSIONE 29

APPENDICE: La tavola dei valori critici del χ^2

INTRODUZIONE

Siamo quattro studenti del liceo F. Corradini di Thiene, tre di noi frequentanti la quarta superiore a indirizzo scientifico e il quarto la terza superiore a indirizzo classico. Quest'anno, come tutti gli studenti del triennio, ci siamo trovati a dover svolgere l'attività di alternanza scuola lavoro la quale dovrebbe avere lo scopo di introdurci nel mondo di quello che un domani potrebbe essere il nostro lavoro. Appunto per questo, abbiamo deciso di cimentarci in un progetto di ricerca sui circuiti, argomento affrontato durante il nostro percorso di studi liceali. Il nostro fine è quello di approfondire l'argomento, portandolo nel laboratorio di fisica, dove potremo avere un primo assaggio della vita da ricercatore e toccare con mano tutti i problemi che possono nascere nello scontrarci con condizioni reali, e non più ideali, come quelle dei problemi che ci vengono dati nei libri di testo, dove tutte le variabili vengono considerate trascurabili e dove tutto "fila sempre liscio".

Oggi cercheremo, infatti, di verificare le leggi di Kirchhoff; lo faremo con degli esprimenti effettuati con l'aiuto di strumenti moderni, grande vantaggio rispetto allo stesso Kirchhoff, ma non per questo i nostri risultati saranno perfettamente corrispondenti a quelli che ci si aspetta di avere secondo la teoria; cercheremo di capire l'origine di questi errori e se, nonostante le discrepanze tra dati reali e teorici, la legge si possa definire verificata.

1. NOZIONI BASILARI

Prima di iniziare ci sembra il caso di rinfrescare o presentare alcune nozioni basilari che potranno esserti utili per comprendere le informazioni che ti daremo in seguito.

1.1 CORRENTE ELETTRICA

Iniziamo quindi introducendo il concetto di corrente elettrica: la corrente elettrica è un moto ordinato e rilevabile macroscopicamente di particelle microscopiche cariche in quantità multiple alle cariche elementari (positiva del protone e negativa dell'elettrone).
Questo moto avviene sempre per l'azione di cause esterne, come, per esempio, un campo elettrico che orienta il moto collettivo delle cariche.
L'intensità della corrente elettrica è definita come la quantità di particelle cariche che passano nell'unità di tempo in una sezione di conduttore ed è calcolata come rapporto tra la quantità di carica ΔQ che attraversa una sezione del conduttore entro un'unità di tempo Δt.
L'unita di misura dell'intensità è l'Ampere (scritto *A*) e per convenzione il verso positivo è sempre considerato quello che seguono le particelle positive.

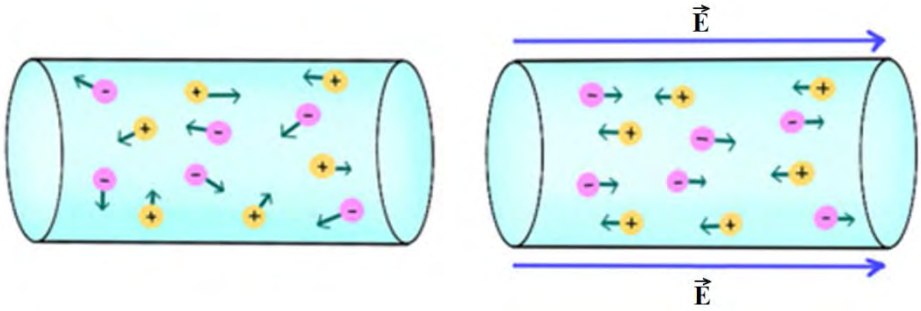


Fig. 1 – Rappresentazione di un tubo conduttore, in assenza (sinistra) o presenza (destra) di un campo elettrico

Senza il campo elettrico le particelle seguono un moto casuale e caotico. Tuttavia, supponendo la presenza di un campo elettrico positivo, la situazione cambia poiché tutte le particelle positive seguiranno direzione concordi al verso del campo e quelle negative discordia esso.
Se ipotizziamo la presenza, in un punto qualsiasi appartenente al campo elettrico, di una carica (detta carica di prova) e che, per comodità, questa sia infinitesima, possiamo affermare, in accordo con la legge di Coulomb, che:

- poiché prossima a un'altra carica, in altre parole la sorgente, la carica di prova possiede un'energia potenziale U, in dipendenza della propria quantità di carica, influenzata dal campo e dalla posizione, cioè la distanza dalla sorgente del campo;
- la carica di prova possiede un potenziale V, in dipendenza esclusiva della sua posizione,che equivale all'energia potenziale per carica;

- poiché soggetta a una forza, per la legge fondamentale della dinamica[1], la carica di prova accelererebbe iniziando a muoversi;
- lo spostamento della carica di prova richiederebbe un lavoro[2] e causerebbe una variazione della sua energia potenziale:
  - un aumento se si muove in direzione contraria a quella del campo (cioè quella che subirebbe una carica di prova positiva),
  - una diminuzione se si muove secondo la direzione del campo, trasformandola in energia cinetica;
- Ne risulta che la zona a più alto potenziale nel circuito è il polo positivo (catodo) e quella a minor potenziale è quello negativo(anodo);
- cambiando posizione, e quindi energia potenziale, la carica di prova sperimenta una differenza di potenziale (abbreviato ddp e detto anche pressione elettrica, tensione o voltaggio) che equivale al rapporto tra il lavoro L necessario allo spostamento e il valore Q della carica stessa.

Ciò implica che, una volta stabilito nel circuito un campo elettrico stabile, collegandone ai capi due poli di un generatore, come ad esempio una comune pila, le cariche iniziano a spostarsi in modo naturale, senza cioè richiedere lavoro, da zone ad alto potenziale a zone a basso potenziale.

Un conduttore, quando immerso in un campo elettrico, è attraversato da una corrente che si esaurisce quasi subito: le cariche si accumulano subito agli estremi del conduttore, creando distribuzioni che eliminano il campo elettrico.

Per risolvere questo problema esiste un dispositivo, chiamato generatore, che permette di mantenere un campo elettrico in un conduttore, ripristinare nelle particelle portatrici l'energia potenziale compiendo un lavoro e permettere loro di riacquistare energia potenziale e ricominciare il circuito.

Più precisamente si può dire che un generatore ha due capi o poli e mantiene costante la differenza di potenziale tra di essi.

La differenza di potenziale tra due punti A e B del circuito è la differenza tra l'energia potenziale elettrica (che esiste a causa della presenza di un campo elettrico) posseduta da una carica nel punto B e l'energia potenziale elettrica posseduta da una carica nel punto A, divisa per il valore della carica stessa. Per mantenere costante la differenza di potenziale tra i propri poli il generatore compie un lavoro sulle cariche presenti; questo prende il nome improprio di forza elettromotrice (fem), la cui unità di misura è il volt (V).

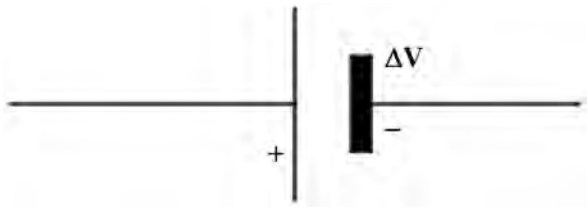


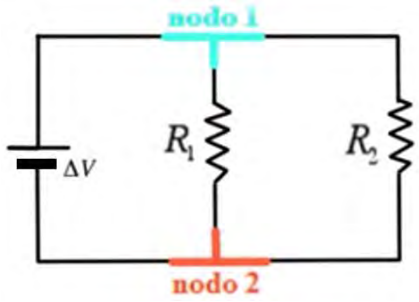
Fig. 2 – Rappresentazione convenzionale di un generatore di corrente continua

[1] Se un corpo è soggetto ad una forza non equilibrata $\vec{F}$, subisce un'accelerazione $\vec{a}$ data da $\vec{F} = m\vec{a}$.

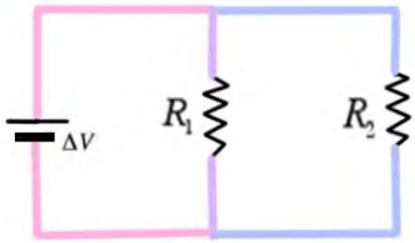
[2] L'azione di una forza $\vec{F}$ che produce uno spostamento $d\vec{s}$ su un oggetto corrisponde ad un lavoro $dL = \vec{F} \cdot d\vec{s}$.

1.2 CIRCUITO

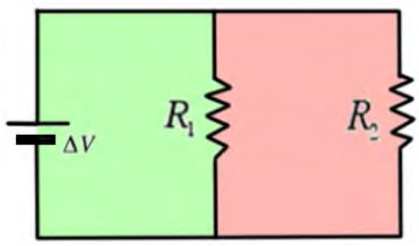
Ora che abbiamo delineato brevemente che cos'è la corrente elettrica e come si può generare, possiamo passare alla spiegazione sui circuiti attraverso i quali la corrente scorre.
Subito ci viene in aiuto il senso comune che ci indica come circuito ogni percorso chiuso e ininterrotto di cavi e altri componenti elettrici che permettano il fluire continuo di una corrente elettrica al suo interno.
La corrente può quindi scorrere in un circuito, cioè un percorso chiuso composto di conduttori collegati ai poli da generatori di tensione continua. In questo caso si può parlare di corrente che scorre a ciclo continuo perché il generatore impedisce l'annullamento del campo elettrico in questo modo: la corrente scorre normalmente dal polo positivo al polo negativo del generatore, ma al posto che accumularsi su quest'ultimo, il dispositivo permette alle cariche di passare dal polo negativo al polo positivo e così continuare il ciclo.
Un circuito può essere composto dei seguenti elementi: ***nodi***, ***rami***, ***maglie***.



Un ***nodo*** di un circuito è un punto di confluenza di tre o più fili conduttori, dove la corrente si dirama.



Un ***ramo*** di un circuito è una porzione di un circuito compresa tra due nodi.



Una ***maglia*** è un tratto chiuso di circuito che partendo da un nodo ci ritorna attraverso uno dei percorsi possibili.

1.3. LEGGI DI KIRCHHOFF

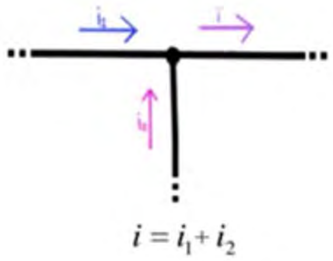
In fisica si studiano i circuiti attraverso delle leggi di Kirchhoff.
Formulate nel 1845 dal fisico e matematico tedesco Gustav Robert Kirchhoff, queste leggi fisiche (la legge dei nodi e la legge delle maglie) descrivono il verso e l'intensità delle correnti e le differenze di potenziale di un circuito elettrico: sono relazioni che permettono di risolvere con un procedimento semplice circuiti in serie e in parallelo piuttosto complessi. Il procedimento in

questione consiste nell'impostare un sistema lineare di tante equazioni quante sono le correnti non note e poi risolverlo.
Negli esperimenti che svolgeremo ci aspettiamo di verificare la veridicità di queste leggi, intanto però ci limitiamo a enunciarle e a descriverle.

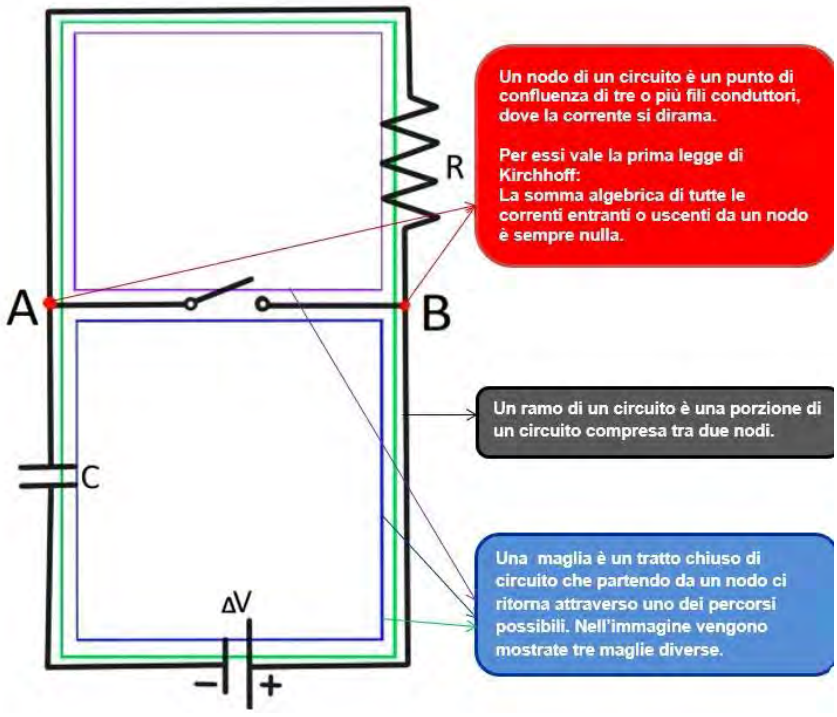
LEGGE DEI NODI (O PRIMA LEGGE DI KIRCHHOFF): *La somma algebrica di tutte le correnti entranti o uscenti da un nodo è sempre nulla*, ovvero

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = i_1 + i_2 + \ldots + i_n = 0$$

La prima legge ci indica come, assegnati per convenzione segno positivo alla corrente entrante nel nodo e segno negativo a quella uscente, la quantità di carica che entra in un nodo è uguale alla quantità di cariche che ne esce rispettando così la legge di conservazione della carica.



La prima legge di Kirchhoff è la diretta conseguenza della legge della conservazione della carica elettrica, secondo la quale la carica totale non può essere né creata né distrutta, e si può vedere come la sua formulazione in termini di corrente elettrica. Alla luce di questo, poiché la corrente non può essere accumulata nei nodi, si può anche dire che la somma delle correnti entranti in un nodo deve essere necessariamente uguale alla somma delle correnti uscenti.



LEGGE DELLE MAGLIE (O SECONDA LEGGE DI KIRCHHOFF): *la somma algebrica delle forze elettromotrici presenti nei rami della maglia è uguale alla somma algebrica delle differenze di potenziale.*
E cioè, riformulandola un po', che la somma algebrica delle differenze di potenziale $\Delta V_C = \Delta V_R$ incontrate lungo una maglia è nulla.
Per comprendere meglio questa legge prendiamo come esempio un circuito di resistori, come in figura.

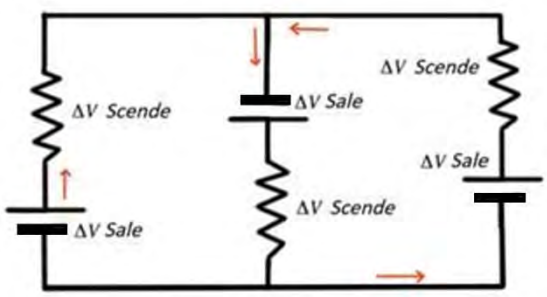


Fig. 3 – Rappresentazione convenzionale di un circuito con due maglie

Ponendo a zero il potenziale in un arbitrario punto P e osservandolo nel circuito si può osservare che il potenziale varia ogni volta che attraversa un resistore o un generatore.

Se consideriamo tale circuito composto di generatori ideali e resistori di resistenza *R* possiamo fare considerazioni interessanti: il potenziale aumenta tanto quant'è il valore della forza elettromotrice ogni volta che si passa dal capo negativo al capo positivo del generatore e diminuisce tanto quant'è il valore della forza elettromotrice ogni volta che si passa dal capo positivo al capo negativo.
Allo stesso modo, il potenziale diminuisce per la ***prima legge di Ohm***[3] di un certo valore ogni volta che si attraversa un resistore nel verso della corrente ed aumenta di un valore ogni volta che si attraversa il resistore nel verso opposto alla corrente.
Consideriamo ora le variazioni di potenziale lungo una maglia. Per farlo bisogna partire da un nodo e tornare al punto di partenza: sicuramente nello stesso nodo il valore del potenziale non sarà variato.
Si conclude quindi che, se percorrendo una maglia il valore di potenziale rimane invariato nello stesso punto di partenza e traguardo, allora gli accrescimenti di potenziale nella maglia devono essere uguali in modulo ma di segno opposto ai cali. Perciò la loro somma algebrica non può essere altro che uguale a zero.

1.4 EFFETTO JOULE

In un materiale conduttore gli elettroni si muovono e formano una corrente grazie a cause esterne, come un campo elettrico. Quest'ultimo applica un lavoro sugli elettroni che costituiscono la corrente elettrica e acquistano energia cinetica. Gli elettroni non si muovono liberamente all'interno di un conduttore poiché urtano contro gli atomi del reticolo cristallino che

[3] Per la prima legge di Ohm: $\Delta V = R \cdot i$.

costituisce il conduttore stesso; questa energia si trasforma così da cinetica a termica in un processo noto come effetto Joule dal nome del fisico inglese James Prescott Joule (1818-1889). Questo fenomeno può essere osservato in un resistore, il quale, quando percorso da una corrente elettrica, si riscalda, e cioè dissipa una parte dell'energia elettrica sotto forma di calore. Nonostante questo provochi la diminuzione della resa del circuito,tale effetto può essere sfruttato in maniera costruttiva. Ad esempio, il calore del phon è dato proprio dall'effetto Joule perché il resistore dello strumento (la piastra del phon) si surriscalda al passaggio degli elettroni al suo interno. Un altro esempio è quello della lampadina elettrica nella quale grazie all'effetto Joule è generata non solo l'energia termica ma anche quella luminosa.
La potenza dissipata è l'energia per unità di tempo che si trasforma da cinetica a termica e si calcola con la formula $P = i \cdot \Delta V$.

2. IL CIRCUITO E I SUOI COMPONENTI

Ora che abbiamo presentato in generale i circuiti, le proprietà e le leggi fisiche a essi applicabili è giunto il momento di spiegarti da cosa sono composti i circuiti RC che abbiamo utilizzato per i nostri esperimenti affiancando alla spiegazione teorica anche un esempio reale.
Innanzitutto, si definisce circuito RC un circuito elettrico che prevede la presenza sia di un condensatore sia di un resistore. Devi sapere che in esso la corrente continua può circolare solo durante la fase di carica o scarica del condensatore.

Per semplificare lo studio dei circuiti elettrici, che possono essere anche molto complessi, si utilizzano gli schemi elettrici. In uno schema elettrico i vari componenti del circuito sono rappresentati con simboli, collegati tra loro da linee continue che rappresentano i fili elettrici. Il funzionamento di un circuito elettrico reale non dipende dal percorso dei fili, che può essere anche molto tortuoso; tuttavia negli schemi elettrici i collegamenti sono tracciati nel modo più chiaro e lineare possibile.

Per funzionare il circuito deve essere chiuso e la corrente circola, convenzionalmente, dal polo positivo al polo negativo della pila, attraversando così la lampadina. Se il circuito è aperto non c'è passaggio di corrente; l'apertura o la chiusura del circuito si ottiene mediante un dispositivo chiamato interruttore.
Come si è detto, il collegamento tra i componenti del circuito avviene tramite un filo elettrico costituito da un materiale conduttore, di solito rame, normalmente isolato con una guaina di plastica. I fili elettrici, se non sono molto lunghi, hanno una resistenza elettrica relativamente piccola che di solito è trascurabile rispetto a quella dell'utilizzatore. Per questo motivo, se incidentalmente si collegano tra loro direttamente i poli del generatore si ottiene un cortocircuito, con il risultato di scaricare la pila o di danneggiare il generatore stesso.

Il cortocircuito causa un passaggio molto intenso delle cariche da un polo all'altro (senza che queste passino attraverso un utilizzatore) e quindi provoca un forte riscaldamento dei conduttori fino a danneggiare il circuito.
In generale un circuito elettrico è costituito da molti componenti che possono essere collegati in vari modi. Di particolare importanza sono i cosiddetti collegamenti in serie e in parallelo:

- due o più componenti del circuito sono collegati in serie quando sono attraversati dalla stessa corrente. In questo caso hanno un polo in comune e la corrente che attraversa il primo componente attraversa anche il secondo, e così via. Per quanto riguarda la ddp del generatore, essa si ripartisce tra tutti i componenti;
- due o più componenti del circuito elettrico sono collegati in parallelo quando è applicata a tutti la stessa ddp. In questo caso tutti i componenti hanno entrambi i poli in comune e la corrente totale si distribuisce tra i componenti per poi riunirsi.

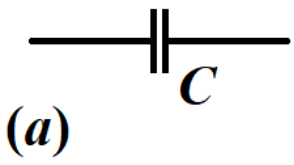
Non si tratta quindi di nient'altro che un circuito a cui sono stati collegati un condensatore e un resistore (o resistenza). Ma come funzionano questi componenti e come interagiscono con la corrente del circuito?

2.1 CONDENSATORE

Un condensatore è un dispositivo capacitivo, che serve cioè a immagazzinare corrente elettrica formato da due lastre di materiale conduttore, dette armature, vicine ma isolate l'una dall'altra, fra le quali si viene a formare un campo elettrico uniforme.
Un condensatore è un sistema di due conduttori affacciati, detti armature o piastre, separati da un isolante detto dielettrico. È un comunissimo dispositivo che serve per immagazzinare carica elettrica nel campo elettrico che si stabilisce fra le armature. La grandezza che caratterizza un condensatore è la capacità C definita come il rapporto tra la quantità di carica Q deposta sulle sue armature e la differenza di potenziale ΔV tra esse e viene misurata in Farad (F).

Ne esistono diverse tipologie per forma e dielettrico: il condensatore più semplice è quello piano che è costituito da due lastre metalliche piane di superficie A, separate da un dielettrico con costante ε, poste ad una distanza d tra loro e collegate agli estremi di un generatore. La capacità in un condensatore piano è $C = \varepsilon \frac{A}{d}$, dove A è l'area delle armature e d la distanza tra esse. Pertanto, essa dipende solo dalle caratteristiche geometriche del condensatore e dalle caratteristiche fisiche del mezzo in cui si trova.

Tra gli altri abbiamo condensatori ceramici, in carta, a film plastico al tantalio e al niobio ma quello che abbiamo utilizzato per raccogliere dati è del più comune tipo elettrolitico: i condensatori elettrolitici sono formati da due lamine metalliche, avvolte sotto forma cilindrica, separate da un sottile strato di ossido (che si ottiene tramite un processo elettrolitico), hanno capacità enormi rispetto agli altri condensatori grazie allo spessore veramente sottile di questo strato isolante (circa 0,001 µm) e alla sua permettività elettrica (tendenza a essere influenzato da un campo elettrico e a polarizzarsi) relativamente alta, ma non possono sopportare differenze di potenziale elevate (solo poche decine di volt) e, diversamente da tutti gli altri, non possono essere inseriti nel circuito senza riguardo alla polarità, nel senso cioè che la corrente elettrica non può attraversarli indifferentemente in entrambi i sensi poiché presentano piastre predisposte a carica determinata.



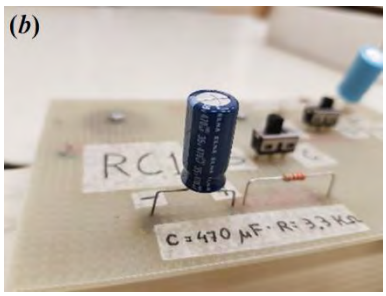


Fig. 4 – Rappresentazione convenzionale di un condensatore nei circuiti elettrici (*a*)
Condensatore utilizzato nel nostro esperimento (*b*)

2.2 RESISTORE

Un resistore è un conduttore ohmico, in altre parole un materiale per cui è valida la prima legge di Ohm, che oppone resistenza al passaggio della corrente elettrica applicando una determinata resistenza. Ciò può avere delle applicazioni funzionali come ad esempio nel phon dove l'energia elettrica viene convertita in energia termica.
Un resistore (chiamato anche impropriamente "resistenza") è un componente passivo, nel senso che consuma solo corrente (e non è in grado di generarla), che limita il passaggio della corrente elettrica quando sottoposto a una ddp.
Viene anche definito conduttore ohmico perché segue legge di Ohm: ogni resistore possiede infatti una specifica, immutabile resistenza elettrica R, che dipende dalla sua composizione, e che determina la relazione tra l'intensità della corrente e la ddp o, in altre parole, la facilità con cui le cariche fluiscono attraverso il circuito. Il valore caratteristico della resistenza è dato dal rapporto tra ddp e intensità e viene misurato in Ohm Ω.
Nonostante sia poco noto, si tratta di un dispositivo largamente usato nei circuiti elettronici e sono impiegato anche negli elettrodomestici di più comune utilizzo. Un possibile utilizzo dei resistori è infatti quello di impiegarli per convertire una corrente elettrica in calore sfruttando l'effetto Joule, di cui abbiamo discusso al paragrafo 1.4, come avviene ad esempio all'interno di phon, forni, bollitori, ferri da stiro e simili.

Vi sono resistori in una varietà infinita di forme e dimensioni. I resistori moderni sono realizzati in carbonio, metallo o pellicola con ossido di metallo e la sottile pellicola di materiale conduttivo che permette il faticoso passaggio delle cariche è avvolta ad elica e coperta da un materiale isolante. Altre caratteristiche di un resistore sono la massima potenza dissipabile senza che il componente subisca danni e la tolleranza (espressa in percentuale), che indica quanto più o meno effettivo possa essere il valore del resistore.

Fig. 5 – Rappresentazione convenzionale di un resistore nei circuiti elettrici (*a*)
Resistore utilizzato nel nostro esperimento (*b*)

2.3 BATTERIA

È un dispositivo che converte l'energia chimica in energia elettrica in modo da alimentare un circuito elettrico. In questo caso la batteria allora può essere chiamata generatore. Nella realtà ha una resistenza interna che dissipa parte dell'energia prodotta.
Il componente fondamentale di un circuito è il generatore che possiamo definire come un qualunque dispositivo in grado di convertire energia meccanica, ottenuta da forze motrici (come ad esempio la corrente di un flusso d'acqua, il vento, il vapore, un motore a combustione interna, la fatica umana) o energia chimica (come nelle pile alcaline) o addirittura energia nucleare, in energia elettrica e di mantenere una ddp tra i due punti tra i due punti del circuito cui è collegato. Le pile e le batterie, per esempio, sono generatori di ddp continua e costante con un

polo positivo e uno negativo. I generatori sono sorgenti di forza elettromotrice ε (abbreviato fem) indica l'energia potenziale fornita per unità di carica, cioè il lavoro fatto sulla carica e presenta la stessa unità di misura della differenza di potenziale V.
Un generatore ideale fornisce una differenza di potenziale esattamente uguale alla forza elettromotrice nominale, ma nella realtà la ddp fornita al circuito è minore della forza elettromotrice nominale. Possiamo immaginare che la perdita di potenziale o ***caduta di potenziale*** sia dovuta alla presenza di una ***resistenza interna*** dei generatori reali e dipende anche dalla corrente che fluisce nel circuito. Maggiore la corrente, maggiore la caduta di potenziale nel generatore.
È necessario precisare che molto spesso il generatore si trova nella parte del circuito che non possiamo vedere: per esempio, la ddp che fa circolare la corrente elettrica nel circuito delle nostre case viene generata da un impianto (centrale elettrica) che si trova di solito a grande distanza. Altre caratteristiche di un generatore sono l'intensità di corrente massima i (misurata in Ampère) che può erogare e la potenza P (misurata in Watt, equivale al prodotto di tensione e intensità di corrente).

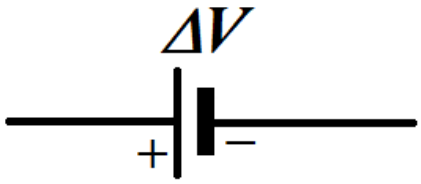


Fig. 6 – Rappresentazione convenzionale di un generatore nei circuiti elettrici

2.4 PROCESSI DI CARICA E SCARICA DEL CONDENSATORE

PROCESSO DI SCARICA

Consideriamo un condensatore di capacità C con le due armature cariche; indichiamo con ΔV_C la ddp tra le sue armature e con Q_i la carica depositata sull'armatura positiva. Tra le armature del condensatore è interposto un dielettrico.
La differenza di potenziale tra le due armature si può trovare mediante la definizione di capacità elettrica; si ottiene infatti:

$$\Delta V_C = \frac{Q_i}{C}$$

Un condensatore si può scaricare attraverso un resistore. Vediamo perciò cosa succede teoricamente se colleghiamo le due armature del condensatore con un resistore di resistenza R in una maglia, come in figura 7.

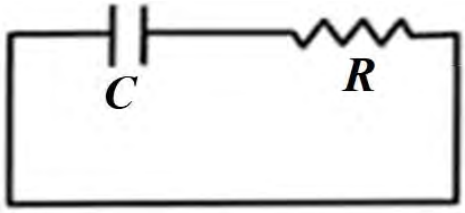


Fig. 7 – Rappresentazione convenzionale di un circuito di scarica

Indicata con ΔV_r la ddp ai capi del resistore, l'intensità della corrente i che lo attraversa è data dalla prima legge di Ohm:

$$\Delta V_r = R \cdot i$$

Per la seconda legge di Kirchhoff:

$$\Delta V_C = \Delta V_r$$

Mettendo assieme le relazioni precedenti, otteniamo quindi:

$$\frac{Q_i}{C} = R \cdot i \qquad (1)$$

da cui

$$i = \frac{Q_i}{RC} \qquad (2)$$

La scarica non è istantanea: impiega un intervallo di tempo t perché la resistenza contiene il passaggio della corrente, perciò la carica che decresce è una funzione $Q(t)$. Dalla (2) otteniamo quindi che a ogni istante t:

$$i(t) = \frac{Q(t)}{RC} \qquad (3)$$

Se $Q(t)$ è funzione del tempo, dopo un intervallo di tempo Δt la carica sarà $Q(t+\Delta t)$, che è chiaramente minore rispetto a $Q(t)$ poiché è diminuita della quantità

$$\Delta Q = Q(t) - Q(t+\Delta t).$$

Considerando un intervallo Δt piccolo rispetto alla durata totale della scarica, l'intensità di corrente i si può considerare costante. Perciò la carica ΔQ fluita nel resistore ha prodotto una corrente di intensità i tale che

$$i = -\frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad (4)$$

che è la definizione operativa di intensità di corrente elettrica. Il segno meno è dovuto al fatto che la quantità di corrente ΔQ è un valore negativo perché nel processo di scarica diminuisce e in questo caso non avrebbe senso fisico considerare un valore negativo.
Alla luce di queste considerazioni, confrontando tra loro la (3) e la (4), otteniamo:

$$\frac{Q(t)}{RC} = -\frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad (5)$$

che si può vedere anche come:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = -\frac{\Delta t}{RC} \qquad (6)$$

che rappresenta la variazione percentuale della carica nell'intervallo di tempo Δt.
Ovviamente, come specificato prima, la relazione vale solo per intervalli Δt molto piccoli rispetto al tempo di scarica totale. Inoltre Δt deve essere molto piccolo anche rispetto al prodotto RC, che viene chiamato ***costante di tempo del circuito*** e indicato con il simbolo τ. Più piccola è τ, più rapidamente la carica si annulla.
Considerando intervalli di tempo infinitesimi, la (6) è diviene un'equazione differenziale che, una volta integrata, fornisce una soluzione di questo genere:

$$Q(t) = Q_i \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}, \qquad (7)$$

ove, come abbiamo detto, si è indicata con Q_i la carica inizialmente presente sulle armature del condensatore.

Inoltre, derivando la (7) otteniamo l'espressione della corrente istantanea $i(t)$ durante la scarica:

$$i(t) = -\frac{Q_i}{RC} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (8)$$

PROCESSO DI CARICA

Consideriamo un condensatore scarico all'istante $t = 0$ di capacità C collegato con un generatore di forza elettromotrice ε (di resistenza interna trascurabile) e con un resistore a formare una maglia, come in figura 8.

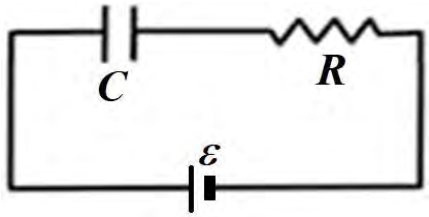


Fig. 8 – Rappresentazione convenzionale di un circuito di carica

Per la seconda legge di Kirchhoff, vale la seguente relazione:

$$\Delta V_c = \varepsilon - \Delta V_r \qquad (9)$$

Inoltre sappiamo che la differenza di potenziale ai capi del resistore è data dalla prima legge di Ohm:

$$\Delta V_r = R \cdot i$$

Per definizione di capacità, inoltre:

$$\Delta V_c = \frac{Q}{C}$$

Sostituendo nella (9), si ottiene:

$$\frac{Q}{C} = \varepsilon - R \cdot i \qquad (10)$$

Se l'intervallo Δt è molto piccolo rispetto al tempo totale di carica, il valore i dell'intensità di corrente può essere considerato costante; ricordiamo che per definizione

$$i = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

che, sostituita nella (10) fornisce l'equazione:

$$\frac{Q}{C} = \varepsilon - R \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad (11)$$

da cui ricaviamo

$$R \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{C\varepsilon - Q}{C}$$

cioè:

$$\frac{\Delta Q}{C\varepsilon - Q} = \frac{\Delta t}{RC} \tag{12}$$

che rappresenta la variazione percentuale di carica nell'intervallo di tempo Δt, che si può anche scrivere come

$$\frac{\Delta Q}{Q_{rim}} = \frac{\Delta t}{RC} \tag{13}$$

dove con Q_{rim} si intende la carica che manca per caricare del tutto il condensatore.

Questo perché $C\varepsilon$ è la carica massima ottenuta quando differenza di potenziale nelle armature è uguale alla forza elettromotrice del generatore, mentre $Q(t)$ è la carica all'istante t.

Come nel processo di scarica, il prodotto RC rappresenta la costante di tempo τ ed influisce sull'andamento della carica: più RC è grande, più la variazione percentuale di carica $\frac{\Delta Q}{Q_{rim}}$ è piccola.

Ancora una volta, considerando intervalli di tempo infinitesimi, la (13) è diviene un'equazione differenziale che, una volta integrata, fornisce una soluzione di questo genere:

$$Q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{14}$$

che permette di trovare la carica Q in funzione del tempo t.

E da qui, derivando, si trova anche la legge oraria dell'intensità di corrente:

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{15}$$

2.5 COLLEGAMENTI

Tutti i componenti di un circuito sono collegati tra loro da fili di materiale conduttore e da altri strumenti che fungono da ponte come i coccodrilli (vd. figura a lato): una sorta di pinza di materiale conduttore con impugnatura isolante in modo da evitare la dispersione (o messa a terra con conseguente scarica) della corrente elettrica prodotta dal generatore.

Anche il collegamento tra le batterie è consentito grazie ai coccodrilli; noi li abbiamo usati per collegare in serie più batterie in modo da aumentare la ddp e quindi corrente generata.

Abbiamo collegate in serie tra loro tramite dei coccodrilli (pinze che collegano le batterie) tre batterie da 4,5V che formano un pacco batteria da 13,5 V.

I collegamenti tra condensatori e resistenze possono essere ***in serie*** o ***in parallelo***.

COLLEGAMENTI IN SERIE

In un collegamento ***in serie*** gli elementi sono collegati l'uno di seguito all'altro, come in figura.

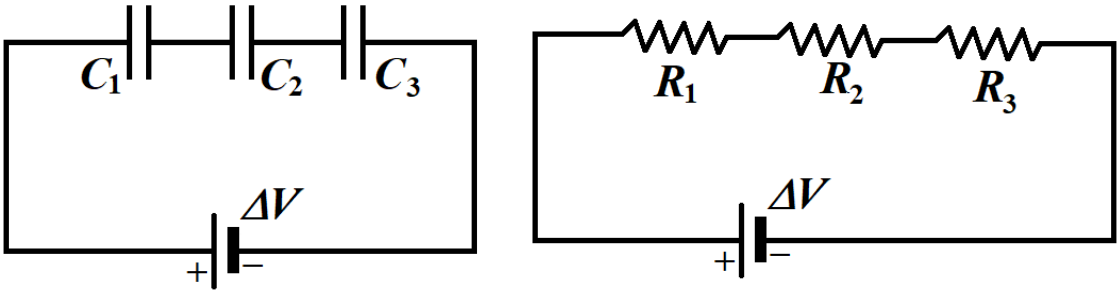


Fig. 9 – Collegamento in serie di condensatori (sinistra) e resistori (destra)

In un collegamento di condensatori in serie, la carica presente su ciascuna armatura è uguale in modulo, per il principio di conservazione della carica elettrica.
In un collegamento di resistori in serie, la corrente che attraversa ciascuna resistenza è uguale.
In ciascuno dei due casi, per la legge delle maglie, la ddp del generatore uguaglia la somma delle cadute di tensione ai capi degli elementi del circuito.

COLLEGAMENTI IN PARALLELO

In un collegamento ***in parallelo*** gli elementi sono collegati l'uno di seguito all'altro, come in figura.

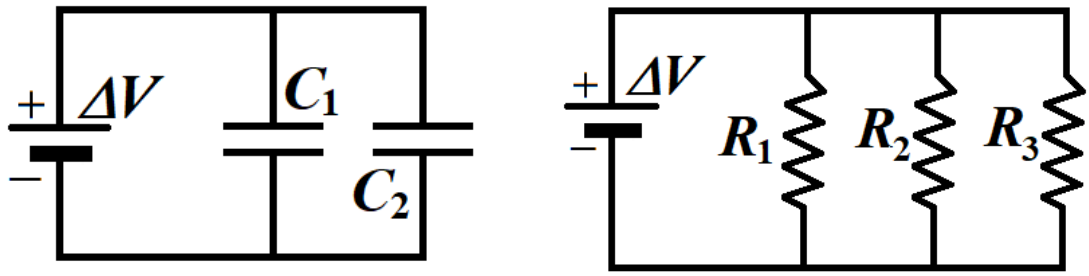


Fig. 10 – Collegamento in parallelo di condensatori (sinistra) e resistori (destra)

In un collegamento di condensatori in parallelo, la ddp tra le armature dei singoli condensatori è costante, mentre la carica si suddivide tra i condensatori in modo direttamente proporzionale alla rispettiva capacità.
In un collegamento di resistori in parallelo, la ddp ai capi di ciascuna resistenza è costante, mentre, per la legge dei nodi, la corrente si suddivide tra le resistenze in modo inversamente proporzionale a ciascuna di esse.

I componenti del circuito però devono essere posti su una base che non influisca sui risultati delle analisi dei dati e quindi sui processi di carica e scarica del condensatore. Infatti, dev'essere di un materiale isolante come la plastica. Inoltre, deve favorire la correttezza dei collegamenti tra componenti.

3. STRUMENTI UTILIZZATI

- **BREADBOARD (o *basetta sperimentale*):**

  È uno strumento utilizzato per creare dei prototipi o dei circuiti temporanei che non richiedono saldature. Consiste in una lastra di plastica come quella in figura 11, con numerose forature nelle quali inserire i fili conduttori e i componenti che costituiscono il circuito. Come anticipato nel capitolo precedente, la basetta appoggia su un supporto isolante, che viene mantenuto sollevato rispetto al piano d'appoggio, per evitare che un surriscaldamento eccessivo danneggi il circuito.

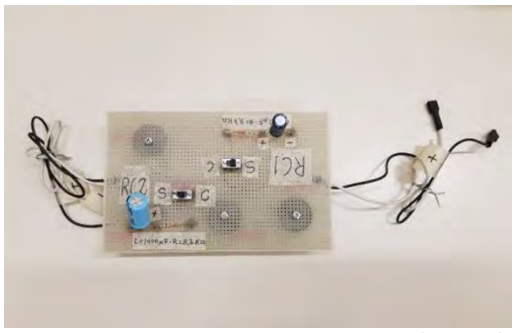
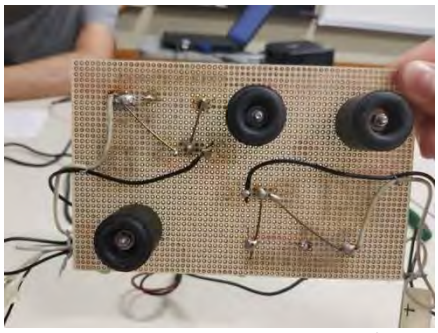



Fig. 11 – Basetta con due distinti condensatori (sinistra); dispositivo di isolamento dal piano di lavoro (destra)

- **INTERFACCIA LabPro®**

  L'interfaccia LabPro® viene collegata al computer con il cavo di interfaccia e al circuito tramite delle pinze dentate che misurano la corrente ai capi del condensatore o del resistore. L'interfaccia raccoglie i dati misurati del circuito e le trasferisce al computer elaborandoli. Tramite un software del computer poi si potrà vedere anche l'andamento grafico della presa dati.

  Poter utilizzare un computer con un'interfaccia per la raccolta dati è particolarmente vantaggioso poiché ci consente di raccogliere una moltitudine di dati con un'alta precisione.

- **PROGRAMMA DI ACQUISIZIONE DATI LoggerPro®**

  LoggerPro® è un software realizzato dalla Vernier per gestire l'acquisizione dei dati dalle interfacce LabPro® e per effettuare l'analisi dei dati ottenuti dagli esperimenti con relativi grafici.
  Oltre a questi strumenti per analizzare i circuiti RC di solito si usano anche altri strumenti come l'amperometro, il voltmetro, il galvanometro e il tester.

- **AMPEROMETRO**

  È uno strumento per la misura dell'intensità di corrente elettrica che attraversa un determinato tratto di un circuito e si indica col simbolo A. Viene collegato in serie col tratto in

cui si vuole misurare la corrente (Fig. 12*a*), poichè in questo modo viene attraversato dalla stessa corrente che attraversa il circuito.

VOLTIMETRO

È uno strumento per la misura della differenza di potenziale tra due punti A e B di un circuito e si indica col simbolo V; viene collegato in parallelo ai due punti A e B tra cui si vuole misurare la ddp (Fig. 12*b*).

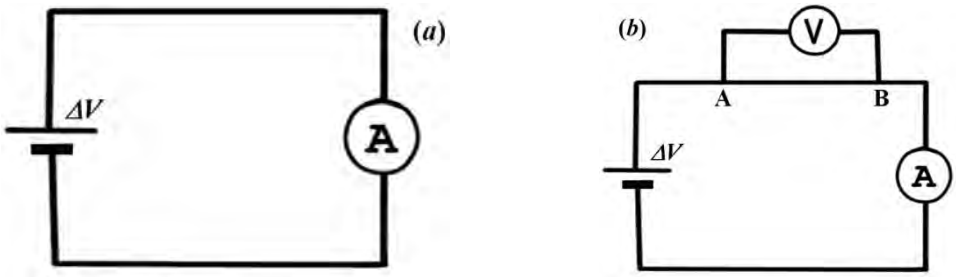


Fig. 12 – Schema di circuito con il solo amperometro (*a*) e con amperometro e voltimetro (*b*)

GALVANOMETRO

Strumento per la misura di piccole intensità di corrente; ci permette di osservare se c'è passaggio di corrente nel circuito.

TESTER (o multimetro)

Un tester (o multimetro) è uno strumento di misura di grandezze elettriche che integra diverse funzioni. Si presenta come una scatola dotata di una finestra di lettura analogica o digitale, uno o più comandi posti sul pannello frontale e almeno due boccole elettriche cui collegare le sonde di misura (cavetti di diverso colore, terminanti con puntali a impugnatura isolata).

4. FUNZIONAMENTO DI UN CIRCUITO IN LABORATORIO

Cosa succede quando si applica una ddp a un circuito RC?

Alla chiusura del circuito, ad esempio attraverso l'uso di un interruttore, il generatore comincia a far fluire la corrente e le cariche vengono accumulate nel condensatore: fin tanto che il processo non è completato, cioè finchè la carica sul condensatore non ha raggiunto il suo valore massimo, nel circuito fluisce una corrente i, avente intensità massima subito dopo la chiusura del circuito (quando il condensatore è ancora scarico) e poi intensità via via decrescente man mano che il condensatore si carica.
Una volta escluso il generatore di *fem* dal circuito, il condensatore utilizzerà la ΔV accumulata sulle armature per far circolare corrente nel circuito, tale corrente però si reimmette in circolo secondo il verso opposto a quello di carica, risultando quindi di intensità negativa. Il motivo di tale cambiamento sta nella predisposizione del condensatore che si presenta polarizzato e collega i propri terminali a quelli dello stesso segno del generatore, invertendo così i capi di alta e bassa tensione durante la scarica.

5. PRESA E ELABORAZIONE DATI

Ora con tutti questi strumenti e un circuito ben assemblato si possono iniziare gli esperimenti.

PROCESSO DI PRESA DATI.

Come prima cosa abbiamo creato sulla basetta sperimentale due circuiti formati da un condensatore e un resistore collegati in serie. Per differenziare i due circuiti abbiamo usato condensatori di capacità diversa (vd. Fig. 11). Al centro del *breadboard* abbiamo posto un interruttore che ci consentisse di caricare e scaricare i condensatori.

Per diversificare ancor di più i vari esperimenti abbiamo alternativamente collegato i circuiti a delle batterie alcaline di 4,5V o di 9V (quella da 9V è frutto di un collegamento in serie di due batterie da 4,5V). Ciò ha consentito l'analisi di più processi di scarica e di carica da porre a confronto non solo per la differenza di capacità, ma anche per la differenza di carica elettrica passante nel circuito.

In seguito, abbiamo posizionato, ai capi del condensatore del circuito preso in esame, le due pinze dentate, collegate a loro volta all'interfaccia grafica. Lo strumento di misurazione trasferiva i dati raccolti al computer e al software che analizza graficamente la presa dati.

	A	B	C
1	Tempo	condens	resistore
2	t	Vc	Vr
3			
4	0	0,471306	3,929182
5	0,1	0,715507	3,684982
6	0,2	0,935287	3,470085
7	0,3	1,140415	3,269841
8	0,4	1,335775	3,069597
9	0,5	1,506716	2,893773
10	0,6	1,677656	2,732601
11	0,7	1,838828	2,571429
12	0,8	1,985348	2,429792
13	0,9	2,1221	2,288156
14	1	2,253968	2,156288
15	1,1	2,371184	2,039072
16	1,2	2,483516	1,92674
17	1,3	2,595849	1,819292
18	1,4	2,693529	1,716728
19	1,5	2,786325	1,623932
20	1,6	2,879121	1,53602
21	1,7	2,962149	1,452991
22	1,8	3,045177	1,374847
23	1,9	3,113553	1,296703
24	2	3,181929	1,228327
25	2,1	3,250305	1,169719

Lo scopo degli esperimenti svolti era verificare la validità delle leggi teoriche che si studiano a scuola sulla carica e sulla scarica di un condensatore in un circuito elettrico.

Per prima cosa bisogna trasferire i dati raccolti dall'interfaccia ad un programma per la produzione di fogli di calcolo elettronici; noi abbiamo usato Excel©. Il nostro punto di partenza quindi sono tre colonne di dati (come nella tabella a fianco): una è il tempo (*t*), l'altra riguarda la carica o la scarica del condensatore (V_c) e l'altra i dati del resistore (V_r). I valori partono da 0,47V e arrivano a circa 4V, questo perché come generatore di corrente abbiamo utilizzato una batteria da 4,5V che probabilmente non era del tutto carica.

Tramite un'apposita funzione del programma utilizzato possiamo costruire un grafico per analizzare l'andamento dei dati nel corso del tempo osservato (vd. Fig. 13).

Essendo un processo di Carica (V_c aumenta nel tempo) possiamo osservare come la curva blu del condensatore segua un andamento esponenziale e come la curva rossa del resistore sia ad essa simmetrica rispetto ad una retta orizzontale.

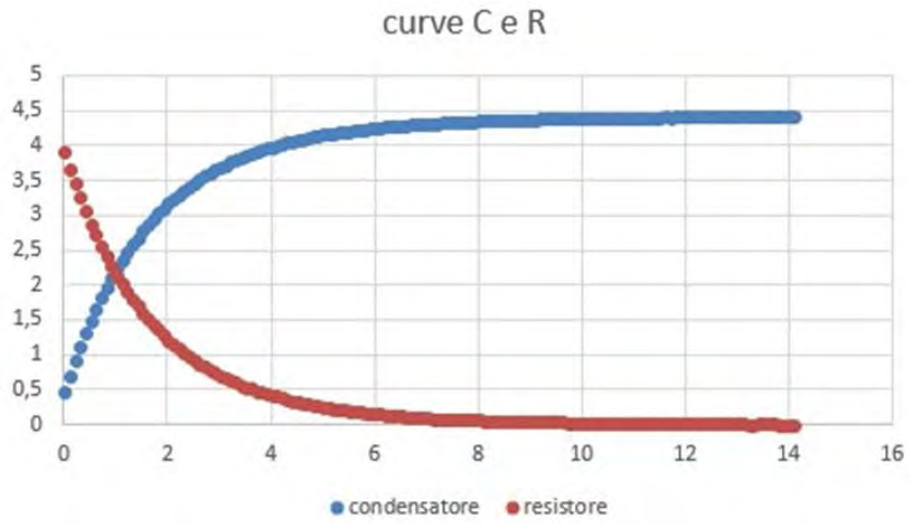


Fig. 13 – Grafico della curva di carica del condensatore

6. RELAZIONE TRA VALORI TEORICI E SPERIMENTALI

Il nostro obbiettivo però è quello di verificare che τ (il tempo caratteristico del circuito) teorico e quello sperimentale siano compatibili; procediamo, quindi, con il calcolo del τ sperimentale e di quello teorico per porli poi a confronto.

Perché τ è un parametro così importante per il circuito?

Durante la fase di scarica, ad esempio, dalla (7) si nota che dopo un intervallo $\Delta t = 5\tau$ la carica residua presente sulle armature è inferiore all'1% del suo valore iniziale; allo stesso modo, durante il processo di carica, dalla (14) si nota che dopo un intervallo $\Delta t = 5\tau$ la carica presente sulle armature è superiore al 99% del suo valore finale.

Per questo motivo si è soliti affermare che, in fase di carica, il condensatore raggiunge il suo valore di regime (ovvero si scarica completamente) in un tempo pari a 5τ.

Ricordiamo che, se la resistenza R del circuito e la capacità C del condensatore sono note:

$$\tau = R \cdot C$$

Utilizzando i dati forniti dal costruttore $\left(C = 470\mu F, R = 3.3k\Omega\right)$, possiamo calcolare quindi il valore teorico di τ:

$$\tau = 470 \cdot 10^{-6} \cdot 3.3 \cdot 10^{3} = 1.551s \qquad (16)$$

Per trovare il valore sperimentale il processo è diverso; saremo costretti ad utilizzare una regressione logaritmica partendo dai dati sperimentali.

Analizziamo passo passo la procedura utilizzata per calcolare sperimentalmente τ nel processo di carica.

In base alla (14) abbiamo la legge di carica

$$Q(t) = C\varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

da cui, per definizione di capacità, otteniamo:

$$V(t) = \varepsilon\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{17}$$

che ci fornisce informazioni su come cresce la ddp tra le armature del condensatore.
Dalla relazione precedente otteniamo:

$$1 - e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{V(t)}{\varepsilon}$$

da cui

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \frac{V(t)}{\varepsilon} \tag{18}$$

Ricordiamo che, dal momento che stiamo osservando il processo di carica, la (17) è una funzione crescente. Pertanto $V(t) < \varepsilon$ e, quindi, il secondo membro della (18) è positivo.
Possiamo quindi applicare il logaritmo naturale ad ambo i membri, ottenendo:

$$-\frac{t}{\tau} = \ln\left(1 - \frac{V(t)}{\varepsilon}\right)$$

da cui ricaviamo:

$$\tau = -\frac{t}{\ln\left(1 - \frac{V(t)}{\varepsilon}\right)} \tag{19}$$

Sulla base dei dati raccolti abbiamo quindi costruito una tabella come la Tab. 14.

lnΔvr	ΔVc	lnΔvc	vc max
1,368431244	3,946275946	1,372772336	4,4176
1,304265555	3,702075702	1,308893663	
1,244179225	3,482295482	1,247691698	
1,184741442	3,277167277	1,186979414	
1,121546305	3,081807082	1,12551614	
1,06256115	2,910866911	1,068450944	
1,005253805	2,73992674	1,007931183	
0,944461609	2,578754579	0,947306561	
0,887805834	2,432234432	0,888810354	
0,827746379	2,295482295	0,830942972	
0,768388297	2,163614164	0,771780047	
0,712494822	2,046398046	0,716081197	
0,655829418	1,934065934	0,659624489	
0,598447315	1,821733822	0,599788697	
0,540419989	1,724053724	0,544678334	
0,484850137	1,631257631	0,48935127	
0,429194353	1,538461538	0,430782916	
0,373624502	1,455433455	0,375303764	
0,318342725	1,372405372	0,316564947	

Tab. 14 – Tabella dati per la regressione logaritmica

Abbiamo, quindi, riportato i dati in un grafico (vd. Fig. 15 a pagina seguente) ed, aiutandoci con Excel, applicato la regressione lineare ottenendo la retta di equazione:

$$y = -0.5014x + 2.0379$$

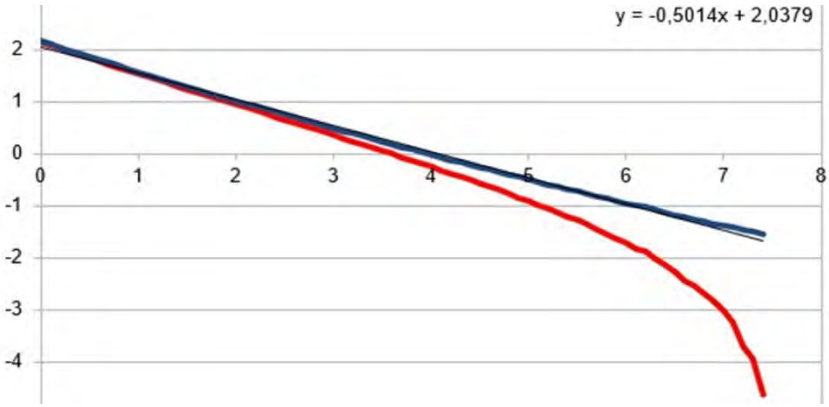


Fig. 15 – Retta di regressione

Il valore sperimentale di τ è l'antireciproco del coefficiente angolare della retta di regressione trovata, cioè:

$$\tau_c = -\frac{1}{0.5014} = 1.99441564$$

6.1 DISCREPANZA DOVUTA ALL'EFFETTO JOULE

Dal confronto dei dati teorici ricavati mediante le leggi che troviamo nei libri di testo e dai dati raccolti sperimentalmente nascono, seppur minime, delle discrepanze. Infatti, c'è una differenza del 28% circa. A cos'è dovuta?
Accertato l'adeguato utilizzo degli strumenti, la differenza può essere causata dal fatto che la batteria non era completamente carica al momento dell'esperimento, quindi il tempo impiegato per caricare il condensatore è aumentato. Oltre a questo, ci sono altri fattori che possono influenzare i dati raccolti: il primo è l'effetto Joule già citato in precedenza. A causa dell'effetto Joule si ha una dispersione di energia sotto forma di calore, per cui la resa della batteria non è mai del 100%.

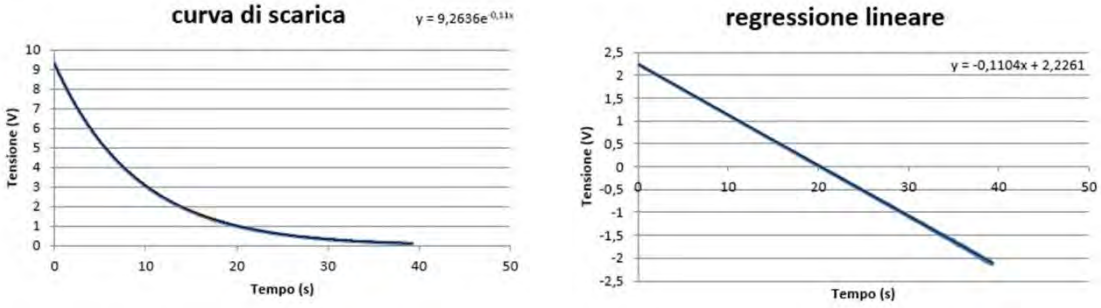


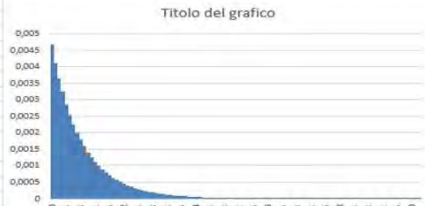
Fig. 16 – Curva di scarica e corrispondente retta di regressione

Un altro fattore è il rumore, in altre parole le interferenze dei vari strumenti elettronici di misurazione utilizzati per la raccolta dati. Direttamente collegato a ciò è il terzo fattore: l'errore della calibrazione degli strumenti di misurazione. Può capitare infatti che lo strumento usato non abbia una sensibilità adeguata al tipo di dati da misurare o che non sia calibrato in maniera corretta (come quando una bilancia è mal tarata e aggiunge kg al peso misurato).

C'è anche un quarto fattore ovvero la resistenza interna della batteria che in genere si dichiara trascurabile ma che comunque esiste e influisce sul circuito.
In seguito, abbiamo voluto considerare anche l'effetto Joule che si manifesta a livello dei resistori, di conseguenza abbiamo utilizzato due interfacce che misuravano la corrente nei due tratti che comprendono l'uno il condensatore e l'altro il resistore. Questo ci ha permesso di constatare che il resistore dissipava energia elettrica che veniva convertita.

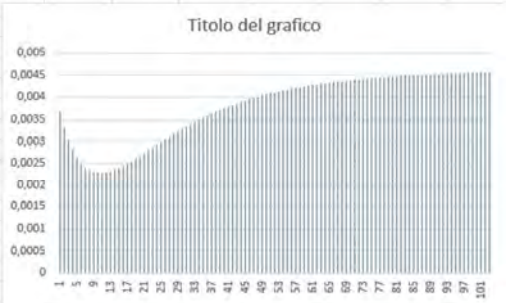
Per prima cosa si calcola la potenza del resistore mediante la formula $\frac{V_r^2}{R}$, poi insieme al tempo formerà il grafico riportato nell'immagine seguente.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	s	Δt	Vr	Vr^2	potenza	area rettangc	somma aree	s	potenza
2									
3	0	0,1	3,92918	15,438	0,004678324	0,000467832	0,00046783	0	0,004678324
4	0,1		3,68498	13,579	0,004114876	0,000411488	0,00087932	0,1	0,004114876
5	0,2		3,47009	12,041	0,003648937	0,000364894	0,00124421	0,2	0,003648937
6	0,3		3,26984	10,692	0,003239958	0,000323996	0,00156821	0,3	0,003239958
7	0,4		3,0696	9,4224	0,002855281	0,000285528	0,00185374	0,4	0,002855281
8	0,5		2,89377	8,3739	0,002537552	0,000253755	0,00210749	0,5	0,002537552
9	0,6		2,7326	7,4671	0,00226276	0,000226276	0,00233377	0,6	0,00226276
10	0,7		2,57143	6,6122	0,002003711	0,000200371	0,00253414	0,7	0,002003711
11	0,8		2,42979	5,9039	0,001789058	0,000178906	0,00271305	0,8	0,001789058
12	0,9		2,28816	5,2357	0,001586563	0,000158656	0,0028717	0,9	0,001586563
13	1		2,15629	4,6496	0,001408963	0,000140896	0,0030126	1	0,001408963
14	1,1		2,03907	4,1578	0,001259944	0,000125994	0,00313859	1,1	0,001259944
15	1,2		1,92674	3,7123	0,001124947	0,000112495	0,00325109	1,2	0,001124947
16	1,3		1,81929	3,3098	0,001002977	0,000100298	0,00335139	1,3	0,001002977
17	1,4		1,71673	2,9472	0,000893077	8,93077E-05	0,00344069	1,4	0,000893077
18	1,5		1,62393	2,6372	0,000799138	7,99138E-05	0,00352061	1,5	0,000799138
19	1,6		1,53602	2,3594	0,000714956	7,14956E-05	0,0035921	1,6	0,000714956
20	1,7		1,45299	2,1112	0,000639753	6,39753E-05	0,00365608	1,7	0,000639753
21	1,8		1,37485	1,8902	0,000572789	5,72789E-05	0,00371336	1,8	0,000572789
22	1,9		1,2967	1,6814	0,000509527	5,09527E-05	0,00376431	1,9	0,000509527
23	2		1,22833	1,5088	0,000457208	4,57208E-05	0,00381003	2	0,000457208
24	2,1		1,16972	1,3682	0,000414619	4,14619E-05	0,00385149	2,1	0,000414619
25	2,2		1,10134	1,213	0,000367563	3,67563E-05	0,00388825	2,2	0,000367563
26	2,3		1,04274	1,0873	0,000329484	3,29484E-05	0,0039212	2,3	0,000329484
27	2,4		0,98901	0,9781	0,000296407	2,96407E-05	0,00395084	2,4	0,000296407
28	2,5		0,94017	0,8839	0,000267855	2,67855E-05	0,00397762	2,5	0,000267855

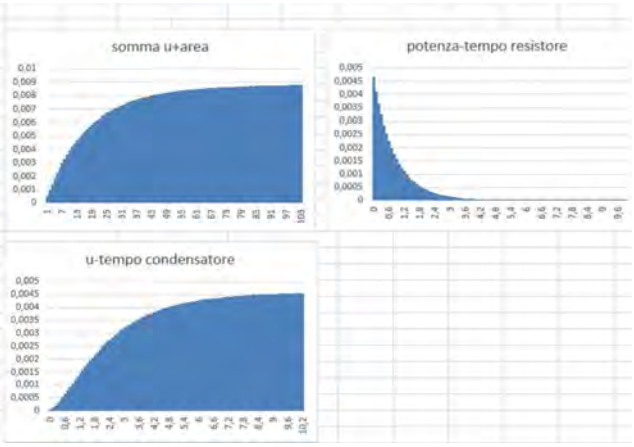


Dunque, sapendo che l'energia dissipata equivale all'energia del generatore alla quale viene sottratta l'energia del condensatore, calcoliamo l'energia del condensatore.

Vr	Vr^2	C	s	u dissipat	U condensatore	somma
3,929182	15,43847	0,00047	0	0,003628	5,22E-05	0,00368
3,684982	13,57909		0,1	0,003191	0,00012	0,003311
3,470085	12,04149		0,2	0,00283	0,000206	0,003035
3,269841	10,69186		0,3	0,002513	0,000306	0,002818
3,069597	9,422426		0,4	0,002214	0,000419	0,002634
2,893773	8,373922		0,5	0,001968	0,000533	0,002501
2,732601	7,467107		0,6	0,001755	0,000661	0,002416
2,571429	6,612245		0,7	0,001554	0,000795	0,002348
2,429792	5,903891		0,8	0,001387	0,000926	0,002314
2,288156	5,235659		0,9	0,00123	0,001058	0,002289
2,156288	4,649579		1	0,001093	0,001194	0,002287
2,039072	4,157815		1,1	0,000977	0,001321	0,002298
1,92674	3,712327		1,2	0,000872	0,001449	0,002322
1,819292	3,309823		1,3	0,000778	0,001584	0,002361
1,716728	2,947154		1,4	0,000693	0,001705	0,002398
1,623932	2,637154		1,5	0,00062	0,001824	0,002444
1,53602	2,359356		1,6	0,000554	0,001948	0,002502
1,452991	2,111184		1,7	0,000496	0,002062	0,002558
1,374847	1,890205		1,8	0,000444	0,002179	0,002623
1,296703	1,681439		1,9	0,000395	0,002278	0,002673



Vc^2	C	s	U	somma area rettangoli sott	somma u+area
0,22213	0,00047	0	5,22005E-05	0,000467832	0,000520033
0,51195		0,1	0,000120308	0,00087932	0,000999628
0,874762		0,2	0,000205569	0,001244214	0,001449783
1,300547		0,3	0,000305628	0,00156821	0,001873838
1,784296		0,4	0,00041931	0,001853738	0,002273047
2,270192		0,5	0,000533495	0,002107493	0,002640988
2,814529		0,6	0,000661414	0,002333769	0,002995183
3,381288		0,7	0,000794603	0,00253414	0,003328742
3,941607		0,8	0,000926278	0,002713046	0,003639323
4,503309		0,9	0,001058278	0,002871702	0,00392998
5,080373		1	0,001193888	0,003012598	0,004206486
5,622515		1,1	0,001321291	0,003138593	0,004459884
6,167854		1,2	0,001449446	0,003251087	0,004700533
6,73843		1,3	0,001583531	0,003351385	0,004934916
7,255097		1,4	0,001704948	0,003440693	0,005145641
7,763606		1,5	0,001824447	0,003520607	0,005345054
8,289337		1,6	0,001947994	0,003592102	0,005540096
8,774326		1,7	0,002061967	0,003656077	0,005718044
9,273103		1,8	0,002179179	0,003713356	0,005892536
9,694213		1,9	0,00227814	0,003764309	0,006042449
10,12467		2	0,002379298	0,00381003	0,006189328
10,56448		2,1	0,002482654	0,003851492	0,006334146
10,94891		2,2	0,002572993	0,003888248	0,006461241
11,37312		2,3	0,002672683	0,003921197	0,006593879
11,73836		2,4	0,002758515	0,003950837	0,006709352



Come si può vedere dai grafici l'energia erogata dal generatore non viene usata completamente per caricare il condensatore ma viene anche dissipata dal resistore, per questo otteniamo un errore tra dati teorici e dati sperimentali.

Come si può vedere, le cause degli errori possono essere tante e varie; ma basteranno a giustificare la differenza riscontrata e quindi a verificare le leggi prese in considerazione?
Per rispondere a questa domanda, nell'elaborazione dei dati, abbiamo eseguito anche il ***test del chi quadro*** e la ***prova del fuso***.

7. TEST SULL'AFFIDABILITÀ DEI DATI

7.1 TEST DEL χ^2

Il test del χ^2 ("chi-quadro") serve a saggiare l'ipotesi che una certa discrepanza tra frequenze attese e frequenze osservate sia dovuta al caso (campionamento, imprecisione, errore distribuito) o al fatto che il campione provenga da una frequenza diversa da quella attesa, è utile cioè predeterminare l'affidabilità dei dati raccolti.

Come si fa il test del χ^2?
È relativamente semplice. Basta infatti applicare la formula seguente a ogni dato rilevato e infine calcolare la sommatoria dei risultati verificando la fascia di affidabilità d'appartenenza. La formula è:

$$\chi^2 = \frac{(\text{valore teorico} - \text{valore sperimentale})^2}{\text{valore teorico}} \qquad (20)$$

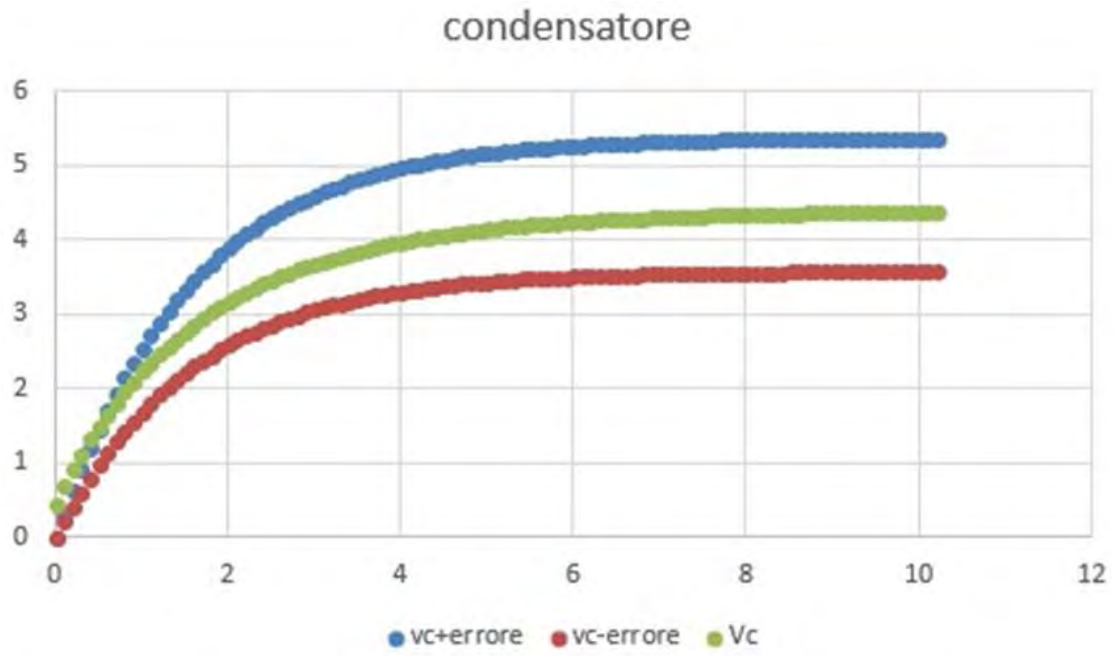
Per sapere il grado di affidabilità dei dati basta, a questo punto, ricorrere ad una tabella dei valori critici del test del χ^2 come quella riportata in appendice. Nelle nostre elaborazioni è superiore al 99,95%. Ciò significa che, in proporzione, i nostri dati corretti superano ampiamente quelli errati e che quindi essi si possano considerare trascurabili perché dati da fattori esterni.

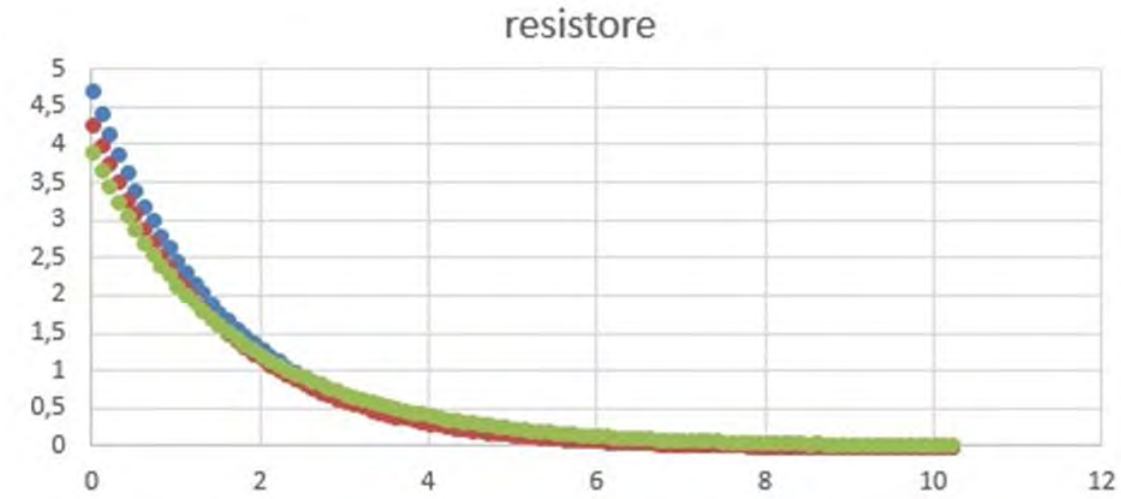
Vr sperime	Vr teorico	tempo	x^2			Vc sperim	x^2	Vc teorico	x^2
3,929182	4,5	0	0,126848			0,471306	#DIV/0!	0	
3,684982	4,21902	0,1	0,126579			0,715507	0,671982	0,28098	0,671982
3,470085	3,955584	0,2	0,122738			0,935287	0,280632	0,544416	0,280632
3,269841	3,708598	0,3	0,118308			1,140415	0,153917	0,791402	0,153917
3,069597	3,477033	0,4	0,117179			1,335775	0,095652	1,022967	0,095652
2,893773	3,259927	0,5	0,11232			1,506716	0,057334	1,240073	0,057334
2,732601	3,056377	0,6	0,105935			1,677656	0,03794	1,443623	0,03794
2,571429	2,865537	0,7	0,102636			1,838828	0,025553	1,634463	0,025553
2,429792	2,686613	0,8	0,095593			1,985348	0,016307	1,813387	0,016307
2,288156	2,51886	0,9	0,091591			2,1221	0,01003	1,98114	0,01003

7.2 TEST DEL FUSO

La prova del fuso è un altro test che prevede l'utilizzo di grafici. Per prima cosa si traccia il grafico dei valori teorici, poi si calcola l'errore del sistema preso in considerazione (ad esempio nel circuito RC l'errore è del 20% sui dati del condensatore e del 5% su quelli del resistore). Ora ai dati teorici si aggiunge e si sottrae l'errore appena calcolato in modo da ottenere due nuovi grafici che passano l'uno sopra e l'altro sotto il grafico iniziale. Fatto ciò basterà verificare che la curva dei dati sperimentali stia all'interno del fuso creato dai dati teorici più e meno l'errore. Se il grafico sta all'interno dell'area sottesa ai due grafici, allora i dati raccolti sono validi.

Vr teorico	Vc teorico	errore r	tempo	vr+errore	vr-errore	Vr	errore c	tempo	vc+errore	vc-errore	Vc
		5%=0,05					20%=0,2				
4,5	0		0	4,725	4,275	3,929182		0	0	0	0,4713065
4,21902	0,28098		0,1	4,429971	4,008069	3,684982		0,1	0,337176	0,224784	0,7155067
3,955584	0,5444157		0,2	4,153364	3,757805	3,470085		0,2	0,653299	0,435533	0,9352869
3,708598	0,7914024		0,3	3,894027	3,523168	3,269841		0,3	0,949683	0,633122	1,1404151
3,477033	1,0229673		0,4	3,650884	3,303181	3,069597		0,4	1,227561	0,818374	1,3357753
3,259927	1,2400732		0,5	3,422923	3,09693	2,893773		0,5	1,488088	0,992059	1,5067155
3,056377	1,4436231		0,6	3,209196	2,903558	2,732601		0,6	1,732348	1,154898	1,6776557
2,865537	1,6344633		0,7	3,008814	2,72226	2,571429		0,7	1,961356	1,307571	1,8388278
2,686613	1,8133874		0,8	2,820943	2,552282	2,429792		0,8	2,176065	1,45071	1,985348
2,51886	1,9811395		0,9	2,644803	2,392917	2,288156		0,9	2,377367	1,584912	2,1221001
2,361583	2,1384172		1	2,479662	2,243504	2,156288		1	2,566101	1,710734	2,2539683
2,214126	2,2858745		1,1	2,324832	2,103419	2,039072		1,1	2,743049	1,8287	2,3711844
2,075876	2,4241245		1,2	2,179669	1,972082	1,92674		1,2	2,908949	1,9393	2,4835165
1,946258	2,5537422		1,3	2,043571	1,848945	1,819292		1,3	3,064491	2,042994	2,5958486
1,824733	2,6752665		1,4	1,91597	1,733497	1,716728		1,4	3,21032	2,140213	2,6935287
1,710797	2,7892029		1,5	1,796337	1,625257	1,623932		1,5	3,347043	2,231362	2,7863248
1,603975	2,8960251		1,6	1,684174	1,523776	1,53602		1,6	3,47523	2,31682	2,8791209
1,503823	2,9961773		1,7	1,579014	1,428632	1,452991		1,7	3,595413	2,396942	2,962149
1,409924	3,090076		1,8	1,48042	1,339428	1,374847		1,8	3,708091	2,472061	3,045177
1,321888	3,1781117		1,9	1,387983	1,255794	1,296703		1,9	3,813734	2,542489	3,1135531
1,23935	3,2606504		2	1,301317	1,177382	1,228327		2	3,91278	2,60852	3,1819292





CONCLUSIONE

In conclusione, possiamo dire di aver dimostrato la validità delle leggi prese in questione nonostante gli eventuali margini di errore. L'uso di strumenti moderni ci ha sicuramente semplificato il lavoro dandoci grandissime quantità di dati e abbreviando i tempi di lavoro, ma non per questo ci ha dato valori esatti; sono state molte infatti le variabili da considerare per trascurare gli eventuali errori, quelle stesse variabili che nei nostri libri di testo vengono spesso trascurate, ma che nella realtà sono proprio quelle che ci permettono di giudicare una legge verificata o meno.

APPENDICE:

TAVOLA DEI VALORI CRITICI DEL CHI-QUADRO

Gradi di libertà	0,9995	0,999	0,995	0,99	0,975	0,95	0,9
1	0	0	0	0,0002	0,001	0,0039	0,0158
2	0,001	0,002	0,01	0,0201	0,0506	0,1026	0,2107
3	0,0153	0,0243	0,0717	0,1148	0,2158	0,3518	0,5811
4	0,0639	0,0908	0,207	0,2971	0,4844	0,7107	0,10636
5	0,1581	0,2102	0,4118	0,5543	0,8312	1,1455	1,6103
6	0,2994	0,381	0,6757	0,8721	1,2373	1,6354	2,2041
7	0,4849	0,5985	0,9893	1,239	1,6899	2,1673	2,8331
8	0,7104	0,8571	1,3444	1,6465	2,1797	2,7326	3,4895
9	0,9718	1,1519	1,7349	2,0879	2,7004	3,3251	4,1682
10	1,2651	1,4787	2,1558	2,5582	3,247	3,9403	4,8652
11	1,587	1,8338	2,6032	3,0535	3,8157	4,5748	5,5778
12	1,9345	2,2141	3,0738	3,5706	4,4038	5,226	6,3038
13	2,3049	2,6172	3,565	4,1069	5,0087	5,8919	7,0415
14	2,6966	3,0407	4,0747	4,6504	5,5287	6,5706	7,7895
15	3,1073	3,4825	4,6009	5,2294	6,2621	7,2609	8,5468
16	3,5357	3,9417	5,1422	5,8122	6,9077	7,9616	9,3122
17	3,98	4,4162	5,6973	6,4077	7,5642	8,6718	10,0852
18	4,4391	4,9048	6,2648	7,0149	8,2307	9,3904	10,8549
19	4,9125	5,4067	6,8439	7,6327	8,9065	10,117	11,6509
20	5,3928	5,921	7,4338	8,2604	9,5908	10,8508	12,4426
21	5,8954	6,4467	8,0336	8,8972	10,2829	11,5913	13,2396
22	6,4041	6,9829	8,6427	9,5425	10,9823	12,338	14,0415
23	6,924	7,5291	9,2604	10,1957	11,6885	13,0905	14,848
24	7,4528	8,0847	9,8862	10,8563	12,4011	13,8484	15,6587
25	7,9905	8,6494	10,5196	11,524	13,1197	14,6114	16,4734
26	8,5374	9,2222	11,1602	12,1982	13,8439	15,3792	17,2919
27	9,0929	9,8029	11,8077	12,8785	14,5734	16,1514	18,1139
28	9,6558	10,3907	12,4613	13,5647	15,3079	16,9279	18,9392
29	10,2265	10,9851	13,1211	14,2564	16,0471	17,7084	19,7677
30	10,804	11,5876	13,7867	14,9535	16,7908	18,4927	20,5992
40	16,9058	17,9166	20,7066	22,1642	24,4331	26,5093	29,0505
50	23,4611	24,6736	27,9908	29,7067	32,3574	34,7642	37,6886
70	37,4671	39,0358	43,2753	45,4417	48,7575	51,7393	55,3289
80	44,7917	46,5197	51,1719	53,54	57,1532	60,3915	64,2778
100	59,8946	61,9182	67,3275	70,065	74,2219	77,9294	82,3581

Riferimenti bibliografici e sitografia

[1] S. Borra, A. Di Ciaccio, Statistica. Metodologie per le scienze economiche e sociali, Mc Graw-Hill, Milano (2008)

[2] P. Newbold, W.L. Carlson, B. Thorne, Statistica, 2° ed., Pearson Italia, Milano (2010)

[3] R. Natalini, Introduzione ai metodi numerici alle differenze finite per equazioni di evoluzione, http://www.dmmm.uniroma1.it/pubblicazioni/doc/phd_quaderni/04-02-nat.pdf

[4] F. Flandoli, Il test chi quadro e la relativa distribuzione, http://users.dma.unipi.it/~flandoli/chisquare.pdf

[5] Adattamento di modelli probabilistici a distribuzioni empiriche, http://www.edutecnica.it/calcolo/ada/ada.htm

[6] D. Costanzo, Distribuzione di Poisson, http://www.ecostat.unical.it/Costanzo/Didattica/Probabilit%C3%A0%20ed%20Inferenza%20Statistica/lucidi_10.pdf

[7] G. Sanfilippo, Distribuzione di Poisson, http://www1.unipa.it/sanfilippo/pub/stad/Lezioni2011_2012/MaterialeDidattico/lezioni2011_2012_18_22.pdf

[8] Tavola della distribuzione CHI-QUADRATO, http://www00.unibg.it/dati/corsi/40025/74822-tavola_chi2.pdf

Image credits

https://pixabay.com/it/

Gruppo formato da: Alessia Pivotto, Mihaela Mereuta, Giorgia Silvestri, Filippo Zago

Tutor scolastico: Campagnolo Gerardo

Progetto realizzato in collaborazione con l'**Associazione Nemesis**

Tutor Aziendale: dott.ssa Borriero Sonia

Editing in collaborazione con l'**Associazione Nemesis**